

ÖRNEK 1:

Pozitif gerçel (reel) sayılar kümesi üzerinde her

a, b için; $a * b = \frac{a \cdot b}{a + b}$ işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre, $\frac{1}{2} * \frac{3}{4} = \frac{1}{3} * m$ eşitliğinin sayısı kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1

D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

(ÖSS - 1999)

ÇÖZÜM 1:

$\frac{1}{2} * \frac{3}{4} = \frac{1}{3} * m$ eşitliğinin her iki

tarafının sonucunu ayrı ayrı bulalım.

$\frac{1}{2} * \frac{3}{4}$ işleminin sonucunu bulmak için

$a * b = \frac{a \cdot b}{a + b}$ bağıntısında a yerine $\frac{1}{2}$,

b yerine $\frac{3}{4}$ yazılırsa,

$\frac{1}{2} * \frac{3}{4} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{5}{4}} = \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{10}$ bulunur.

$\frac{1}{3} * m$ işleminin sonucunu bulmak için

$a * b = \frac{a \cdot b}{a + b}$ bağıntısından a yerine $\frac{1}{3}$,

b yerine m yazılırsa

$\frac{1}{3} * m = \frac{\frac{1}{3} \cdot m}{\frac{1}{3} + m} = \frac{\frac{m}{3}}{\frac{3m + 1}{3}} = \frac{m}{3} \cdot \frac{3}{3m + 1}$

$= \frac{m}{3m + 1}$ bulunur.

her iki sonuç $\frac{1}{2} * \frac{3}{4} = \frac{1}{3} * m$ eşitliğinde yerine

yazıldığında $\frac{3}{10} = \frac{m}{3m + 1}$ denklemi

elde edilir.

Bu denklem çözüldüğünde $10m = 9m + 3$

$m = 3$ bulunur.

Yanıt:A

ÖRNEK 2:

Tam 12 yi gösteriyorken çalıştırılan bir saatin akrebi, 1999 saatlik süre dolduğu anda kaç gösterir?

A) 3 B) 5 C) 7

D) 8 E) 9

(ÖSS - 1999)

ÇÖZÜM 2:

Saat her 12 saatte bir tekrar 12 yi göstereceğine göre

1999	12
12	166
<hr/>	
79	
- 72	
<hr/>	
79	
- 72	
<hr/>	
7	

Saat 166 defa 12'yi gösterecek ve 1999 saat geçtiğinde

$12 + 7 = 19$ 'u yani 7 yi

gösterecektir.

Yanıt: C

ÖRNEK 3:

Gerçek sayılar kümesi üzerinde \star işlemi

$$a \star b = \begin{cases} a + b & a > b \text{ ise} \\ a - b & a \leq b \text{ ise} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Buna göre, $(1 \star 1) \star (2 \star 1)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -3
D) -1 E) 0
(ÖSS - 2000)

ÇÖZÜM 3:

$$a \star b = \begin{cases} a + b & a > b \text{ ise} \\ a - b & a \leq b \text{ ise} \end{cases}$$

$$1 \star 1 = 1 - 1 \quad (1 = 1 \text{ olduğundan})$$

$$= 0$$

$$2 \star 1 = 2 + 1 \quad (2 > 1 \text{ olduğundan})$$

$$= 3$$

$$(1 \star 1) \star (2 \star 1)$$

$$= 0 \star 3 = 0 - 3 \quad (0 < 3 \text{ olduğundan})$$

$$= -3$$

Yanıt: C

ÖRNEK 4:

3^{73} ün 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2
D) 1 E) 0
(ÖSS - 2000)

ÇÖZÜM 4:

$$3^{73} \equiv x \pmod{5}$$

$$3^1 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$3^2 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$3^3 \equiv 2 \pmod{5}$$

$$3^4 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$(3^4)^{18} \equiv (1)^{18} \pmod{5}$$

$$3^{72} \equiv 1 \pmod{5} \text{ her iki tarafı 3 ile çarpalım}$$

$$3 \cdot 3^{72} \equiv 3 \cdot 1$$

$$3^{73} \equiv 3 \pmod{5} \text{ olur.}$$

O halde kalan 3 tür.

Yanıt: B

ÖRNEK 5:

Pozitif tamsayılar kümesi üzerinde \star ve Δ işlemleri,

$$x \star y = x^y$$

$$x \Delta y = x + y$$

şeklinde tanımlanıyor.

$a \star (a \Delta 1) = 81$ olduğuna göre a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5
(ÖSS - 2001)

ÇÖZÜM 5:

$a \Delta 1$; Δ işleminde yerine yazılırsa;

$$a \Delta 1 = a + 1 \text{ olur.}$$

$a \star (a+1)$, \star işleminde yazılırsa;

$$a^{a+1} = 81 \text{ elde edilir.}$$

$$a^{a+1} = 3^4 \text{ ise } a = 3 \text{ olur.}$$

Yanıt: C

ÖRNEK 6:

x iki basamaklı bir doğal sayı,

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$x \equiv 2 \pmod{5}$$

olduğuna göre, x 'in en büyük ve en küçük değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 92 B) 109 C) 124
D) 154 E) 169
(ÖSS - 2001)

ÇÖZÜM 6:

$$x \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow x - 2 = 3k$$

$$x \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow x - 2 = 5m$$

$x - 2 = 3k = 5m$ ise en küçük iki basamaklı sayı için $x - 2 = 15$

$$x = 17 \text{ olur.}$$

En büyük iki basamaklı sayı için $x - 2 = 90$ dan $x = 92$ bulunur.

$$92 + 17 = 109$$

Yanıt: B

ÖRNEK 7:

23^{23} sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 7
D) 8 E) 9
(ÖSS - 2001)

ÇÖZÜM 7:

Birler basamağındaki rakam sorulduğuna göre mod 10 olarak alınmalıdır

O halde;

$$23 \equiv 3 \pmod{10}$$

$$3^2 \equiv 9 \pmod{10}$$

$$3^3 \equiv 7 \pmod{10}$$

$$3^4 \equiv 1 \pmod{10}$$

$$(3^4)^5 \equiv 1 \Rightarrow 3^{20} = 1$$

$$3^{20} \cdot 3^3 \equiv 1 \cdot 7 = 7 \text{ olur.}$$

Yanıt: C

ÖRNEK 8:

365 günlük bir yıldaki cumartesi ve pazar günleri sayısının toplamı en çok kaçtır?

- A) 102 B) 103 C) 104
D) 105 E) 106
(ÖSS - 2001)

ÇÖZÜM 8:

$$\begin{array}{r|l} 365 & 7 \\ \hline & 52 \\ \hline & 1 \end{array} \quad 365 = 7 \cdot 52 + 1$$

cumartesi - pazar toplamının en çok olması için yılın cumartesi ile başlayıp, cumartesi ile bittiğini kabul edersek;

$$52 \cdot 2 = 104 \quad 104 + 1 = 105 \text{ bulunur.}$$

Yanıt: D

ÖRNEK 9:

$$a \Delta b = \frac{b}{2a} + \frac{2a}{b} \quad \text{işlemi veriliyor.}$$

$x \Delta 2 = 3 \Delta 4$ eşitliğini sağlayan x değerlerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) 2
D) $\frac{3}{2}$ E) 1

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 9:

$$x \Delta 2 = \frac{2}{2 \cdot x} + \frac{2 \cdot x}{2} = \frac{1}{x} + x$$

$$3 \Delta 4 = \frac{4}{2 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 3}{4} = \frac{2}{3} + \frac{3}{2} \text{ bulunur.}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{2} \text{ ifadesini } \frac{1}{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2} \text{ şeklinde yazıp}$$

$$\frac{1}{x} + x \text{ 'e eşitlersek}$$

$$x \text{ 'in } \frac{3}{2} \text{ olabileceği görülür.}$$

Yanıt: D

ÖRNEK 10:

$$2^{x \Delta y} = 3^y + 5^x \text{ şeklinde}$$

Δ işlemi tanımlanıyor.

$1 \Delta 3$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 10 :

$1 \Delta 3$ ifadesinin değerini bulmak için,

$2^{x \Delta y} = 3^y + 5^x$ ifadesinde x yerine 1, y yerine 3 yazalım.

$$2^{1 \Delta 3} = 3^3 + 5^1$$

$$2^{1 \Delta 3} = 32$$

$$2^{1 \Delta 3} = 2^5$$

$$1 \Delta 3 = 5 \text{ bulunur.}$$

Yanıt: D

ÖRNEK 11:

$2^{35} + 5^{42}$ toplamının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

(Kavram Dersaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 11:

$2^{35} + 5^{42}$ toplamının 7 ile bölümünden kalanı bulmak için önce toplanan her ifadenin 7 ile bölümünden kalanı bulmak gerekir.

$$\begin{aligned} 2^{35} &\equiv ? \pmod{7} & 5^{42} &\equiv ? \pmod{7} \\ 2^1 &\equiv 2 \pmod{7} & 5^1 &\equiv 5 \pmod{7} \\ 2^2 &\equiv 4 \pmod{7} & 5^2 &\equiv 4 \pmod{7} \\ 2^3 &\equiv 1 \pmod{7} & 5^3 &\equiv 6 \pmod{7} \\ (2^3)^{11} &\equiv 1^{11} \pmod{7} & 5^4 &\equiv 2 \pmod{7} \\ 2^{33} &\equiv 1 \pmod{7} & 5^5 &\equiv 3 \pmod{7} \\ 2^2 \cdot 2^{33} &\equiv 4 \cdot 1 \pmod{7} & 5^6 &\equiv 1 \pmod{7} \\ 2^{35} &\equiv 4 \pmod{7} & (5^6)^7 &\equiv 1^7 \pmod{7} \\ & & 5^{42} &\equiv 1 \pmod{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^{35} + 5^{42} &\equiv 4 + 1 \pmod{7} \\ &\equiv 5 \pmod{7} \end{aligned}$$

Yanıt: E

ÖRNEK 12:

$$x \Delta y = x^y + (x * y) \text{ ve}$$

$$x * y = 2xy - (x \Delta y) \text{ işlemleri tanımlanıyor.}$$

Buna göre $2 * 3$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 6
D) 4 E) 2

(Kavram Dersaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 12:

$2*3$ işleminin sonucunu bulmak için

$$x*y = 2xy - (x\Delta y) \text{ işleminde } x \text{ yerine } 2, \\ y \text{ yerine } 3 \text{ yazılırsa,}$$

$$2*3 = 2 \cdot 2 \cdot 3 - (2\Delta 3)$$

I. $2*3 = 12 - (2\Delta 3)$ eşitliği elde edilir.

Şimdi $2\Delta 3$ ün sonucunu bulalım. Bunun için,

$$x\Delta y = x^y + (x*y) \text{ işleminde } x \text{ yerine } 2, y \text{ yerine } 3 \text{ yazalım.}$$

$$2\Delta 3 = 2^3 + (2*3)$$

$$2\Delta 3 = 8 + (2*3) \text{ elde edilir. Bu sonuç}$$

I. denklemde yerine yazılırsa ve

$$2*3 = 12 - [(8 + (2*3))]$$

$$2*3 = k \text{ ile gösterirsek,}$$

$$k = 12 - 8 - k$$

$$2k = 4$$

$$k = 2 \text{ yani}$$

$$2*3 = 2 \text{ elde edilir.}$$

Yanıt: E

ÖRNEK 13:

$$a \Delta b = \begin{cases} a^b, & a \geq b \text{ ise} \\ b^a, & a < b \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre $5\Delta(4\Delta 2)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 2 C) 2
D) 5 E) 5

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 13:

$$4 \Delta 2 = 4^2 = 16 \quad (4 \geq 2 \text{ olduğundan})$$

$$\begin{aligned} 5 \Delta 16 &= 16^5 \quad (5 < 16) \text{ olduğundan} \\ &= (2^4)^5 \\ &= 2^{20} \end{aligned}$$

Yanıt: C

ÖRNEK 14:

$$x \Delta y = \begin{cases} x \cdot y, & x \text{ ile } y \text{ aralarında asal ise} \\ \frac{x}{y}, & x \text{ ile } y \text{ aralarında asal değilse} \end{cases}$$

$(3 \Delta 4) \Delta (10 \Delta 2)$ kaçtır?

- A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{3}{5}$ C) 12
D) 60 E) 240

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 14:

$$(3 \Delta 4) = 3 \cdot 4 = 12 \quad (3 \text{ ve } 4 \text{ aralarında asaldır.})$$

$$(10 \Delta 2) = \frac{10}{2} = 5 \quad (10 \text{ ve } 2 \text{ aralarında asal değildir.})$$

$$(3 \Delta 4) \Delta (10 \Delta 2) =$$

$$12 \Delta 5 = 12 \cdot 5 = 60 \quad (12 \text{ ve } 5 \text{ aralarında asaldır.})$$

Yanıt: D