

ÖRNEK :

Bir düzgün dörtyüzlünün (bütün yüzleri eşkenar üçgen olan üçgen piramit) iki yüzünde A, iki yüzünde de T harfleri yazılıdır.

Bu düzgün dörtyüzlü bir kez atıldığında yan yüzlerinde, sırasına ve yönüne bakılmaksızın A, T, A harflerinin görülme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

(1999 ÖSS sorusu)

ÇÖZÜM :

Düzgün dörtyüzlünün yüzlerinde;

A, A, T, T harfleri olduğu ve görünen yüzlerin A, T, A olması istendiğine göre dörtyüzlünün T yüzü üstüne düşmesi gerekir. 2 tane T ve toplam 4 yüz olduğu için olasılık

$$P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt: A

TERİMLER :

$E \rightarrow$ Örnek uzay

$A, B, C, \dots \rightarrow$ Olaylar kümesi

$P(A) :$ A'nın olma olasılığı

$P(A') :$ A'nın olmama olasılığı

$$* P(A) = \frac{s(A)}{s(E)}$$

$$* P(A) + P(A') = 1$$

$$* 0 \leq P(A) \leq 1 \quad (P(E) = 1)$$

$$* P(A) = 0 \Rightarrow A : \text{imkansız olay}$$

$$P(A) = 1 \Rightarrow A : \text{kesin olay}$$

$$* A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \text{ ve } B \text{ ayrık olaylar}$$

$$* A \text{ ve } B \text{ ayrık (bağımsız) olaylar ise}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$* P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$* \text{Koşullu Olasılık}$$

$P(A/B) :$ B olduğu takdirde A'nın olma olasılığı

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

ÖRNEK 1:

E örnek uzayında $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$

$P(A') = \frac{7}{15}$ ise **P(B)** kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$
 D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{8}{25}$

(Kavram Dersaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 1:

$P(A) + P(A') = 1$ olduğundan

$$P(A') = \frac{7}{15} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15} \text{ olur.}$$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ olduğundan

$$\frac{5}{6} = \frac{8}{15} + P(B) - \frac{1}{5} \text{ olur.}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{8}{15} + \frac{1}{5} = P(B)$$

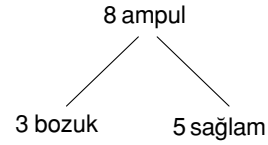
$$P(B) = \frac{25 - 16 + 6}{30} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt: C

ÖRNEK 2:

Bir kutudaki 8 ampulden 3'ü bozuktur. Rastgele seçilen 4 ampulden 2'sinin bozuk olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{14}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{7}$
 D) $\frac{4}{15}$ E) $\frac{1}{2}$

ÇÖZÜM 2:

$$S(E) = \binom{8}{4} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 70$$

4 ampulün 2 si bozuk ise 2 si sağlamdır.
 2 bozuk 2 sağlam seçme durumu :

$$\binom{3}{2} \cdot \binom{5}{2} = 3 \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} = 30 \text{ olur.}$$

Olasılığımız ise;

$$P = \frac{30}{70} = \frac{3}{7} \text{ olur.}$$

Yanıt: C

ÖRNEK 3:

6 kız, 8 erkek öğrenci bulunan bir sınıftan rastgele üç öğrenci seçiliyor. En az bir kız öğrenci seçme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{8}{13}$ B) $\frac{9}{13}$ C) $\frac{10}{13}$
 D) $\frac{11}{13}$ E) $\frac{12}{13}$

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 3 :

6 kız 8 erkek
 toplam 14 kişi

$$s(E) = \binom{14}{3} = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 14 \cdot 13 \cdot 2 \text{ olur.}$$

En az bir kız olması istendiğine göre üçü de erkek olan gruplar istenmiyor demektir.

Üçünün erkek olma olasılığı;

$$\frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{14 \cdot 13 \cdot 2} = \frac{4 \cdot 7 \cdot 1}{14 \cdot 13 \cdot 2} = \frac{2}{13} \text{ tür.}$$

Tüm olasılıklar toplamı 1 olduğundan istenmeyen durumu 1 'den çıkarırsak

$$1 - \frac{2}{13} = \frac{11}{13} \text{ olasılıkla en az biri kız olur.}$$

Yanıt: D

ÖRNEK 4:

Bir torbadaki kırmızı bilyelerin sayısı mavi bilyelerin sayısının iki katıdır. Torbadan rastgele iki bilye çekildiğinde bunların kırmızı olma olasılığı $\frac{14}{33}$ olduğuna göre bu torbada kaç tane bilye vardır?

- A) 4 B) 6 C) 8
 D) 12 E) 16

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 4 :

Mavi bilye sayısı x olsun.
 Kırmızı bilye sayısı 2x olur.
 O halde toplam 3x tane bilye vardır.

Bunlardan seçilecek 2 şerli tüm grupların sayısı $\binom{3x}{2}$ olur.

2 şerli kırmızı bilye grupları ise $\binom{2x}{2}$ olur.

$$\text{Olasılığımız ise } P = \frac{\binom{2x}{2}}{\binom{3x}{2}} = \frac{14}{33}$$

$$\frac{2x \cdot (2x - 1)}{3x \cdot (3x - 1)} = \frac{14}{33} \Rightarrow \frac{4x - 2}{9x - 3} = \frac{14}{33} \Rightarrow x = 4$$

$$3x = 12 \text{ olur.}$$

Yanıt: D

ÖRNEK 5:

3 tane madeni para aynı anda havaya atılıyor. Paralardan 2 tanesinin yazı bir tanesinin tura gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$
 D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

(Kavram Dersaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 5:

Bir para da Y, T olmak üzere 2 yüz vardır. 3 para atılırsa gelebilecek tüm durumlar;

$$E = \{(Y,Y,Y), (Y,Y,T), (Y,T,Y), (Y,T,T), (T,T,T), (T,Y,Y), (T,Y,T), (T,T,Y)\}$$

olmak üzere 8 durumdur.

Bunlar arasından 2 yazı, 1 tura gelme durumu ise 3 tanedir.

O halde olasılık $P(2Y, 1T) = \frac{3}{8}$ olur.

Yanıt: C

ÖRNEK 6:

$A = \{0,1,2,3,4,5\}$ kümesinin elemanları arasından rastgele 2 tanesi seçildiğinde bunların toplamının çift sayı olma olasılığı nedir?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{5}$
 D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{2}{15}$

(Kavram Dersaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 6:

T : tek sayı

Ç : çift sayı olmak üzere

$T + T = Ç$, $Ç + Ç = Ç$ olur.

O halde toplamın çift olabilmesi için ya 2 tane tek sayı ya da 2 tane çift sayı seçmeliyiz.

$$s(A) = 6 \begin{cases} 1, 3, 5 \text{ tek} \\ 0, 2, 4 \text{ çift} \end{cases}$$

$$\frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{5}}{\cancel{2} \cdot \cancel{5}} + \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{5}}{\cancel{2} \cdot \cancel{5}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

İkisi de tek İkisi de çift

Yanıt: B

ÖRNEK 7:

Bir avcının hedefi vurma olasılığı $\frac{2}{5}$ tir.

**Bu avcının 7 atıştan 3 'ünü vurma olasılığı kaç-
tır?**

- A) $\frac{7 \cdot 2^{11}}{5^6}$ B) $\frac{6}{25}$ C) $\frac{2^{11}}{5^7}$
D) $\frac{6}{35}$ E) $\frac{7 \cdot 2^3 \cdot 3^4}{5^6}$

(Kavram Dersaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 7:

Vurma olasılığı $P(V) = \frac{2}{5}$ ise

Vurmama olasılığı $P(V') = \frac{3}{5}$ olur.

7 atıştan 3 'ünü vurursa 4'ünü vuramıyor
demektir bu da

$$P\left(\begin{matrix} 7 \\ 3, 4 \end{matrix}\right) = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4!} = 35$$

sıralama demektir.

Olasılığımız ise;

$$P = \frac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4 \text{ tür.}$$

$$= \frac{7}{35} \cdot \frac{2^3 \cdot 3^4}{5^7}$$

$$= \frac{7 \cdot 2^3 \cdot 3^4}{5^6} \text{ olur.}$$

Yanıt: E