

ÖRNEK 1 :

$$\frac{a + a^{-2}}{1 - a^{-1} + a^{-2}}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2a$ B) $a + 1$ C) $a - 1$
D) $a^2 - 1$ E) $a + 1$

(ÖSS - 1999)

ÇÖZÜM 1:

$$\begin{aligned} \frac{a + \frac{1}{a^2}}{1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2}} &= \frac{\frac{a^3 + 1}{a^2}}{\frac{a^2 - a + 1}{a^2}} \\ &= \frac{a^3 + 1}{a^2} \cdot \frac{a^2}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a + 1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt: B

ÖRNEK 2 :

Kareleri farkı 6 olan a ve b sayılarının her birinden 2 çıkarılırsa, yeni sayıların kareleri farkı 18 olmaktadır.

Buna göre $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) -2
D) 3 E) 6

(ÖSS - 1999)

ÇÖZÜM 2:

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= 6 \text{ ve} \\ (a - 2)^2 - (b - 2)^2 &= 18 \text{ dir.} \\ (a - 2)^2 - (b - 2)^2 &= 18 \\ a^2 - 4a + 4 - (b^2 - 4b + 4) &= 18 \\ a^2 - 4a + 4 - b^2 + 4b - 4 &= 18 \\ a^2 - b^2 - 4a + 4b &= 18 \\ \underbrace{a^2 - b^2}_{6} - 4a + 4b &= 18 \\ 6 - 4(a - b) &= 18 \\ -4(a - b) &= 12 \\ a - b &= -3 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= 6 \text{ dan} \\ (a - b)(a + b) &= 6 \\ -3 \cdot (a + b) &= 6 \\ a + b &= -2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt: C

ÖRNEK 3:

$$a \neq b$$

$$2a + \frac{3}{a} = 2b + \frac{3}{b}$$

olduğuna göre, $a.b$ çarpımı kaçtır?

A) 1

B) 2

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{3}{2}$

E) $\frac{5}{2}$

(ÖSS - 1999)

ÇÖZÜM 3:

$$2a + \frac{3}{a} = 2b + \frac{3}{b}$$

$$\frac{2a^2 + 3}{a} = \frac{2b^2 + 3}{b}$$

$$b \cdot (2a^2 + 3) = a \cdot (2b^2 + 3)$$

$$2a^2b + 3b = 2ab^2 + 3a$$

$$2a^2b + 3b - 2ab^2 - 3a = 0$$

$$2ab(a - b) - 3(a - b) = 0$$

$$(a - b)(2ab - 3) = 0$$

$$a - b = 0$$

$$2ab - 3 = 0$$

$$a = b$$

$$2ab = 3$$

$$ab = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt: D

ÖRNEK 4:

$$a + b = 1$$

$$a^3 + b^3 = \frac{7}{16}$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{32}$

B) $\frac{3}{16}$

C) $\frac{1}{8}$

D) 1

E) 2

(ÖSS - 2001)

ÇÖZÜM 4:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

özdeşliğinden

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$1 = \frac{7}{16} + 3(ab) \cdot 1$$

$$1 - \frac{7}{16} = 3ab \Rightarrow 3ab = \frac{9}{16} = \frac{3}{16}$$

Yanıt: B

ÖRNEK 5:

$$\frac{x^2 + ax + b}{x^2 + 11x + 28} \cdot \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 - 9} = \frac{x + 2}{x + 3}$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18
(ÖSS - 2001)

ÇÖZÜM 5:

$$\frac{x^2 + ax + b}{\cancel{(x+7)} \cdot (x+4)} \cdot \frac{\cancel{(x+7)} \cdot \cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)} \cdot (x+3)} = \frac{x+2}{x+3}$$

Sonuçta $\frac{x+2}{x+3}$ kaldığına göre

$x^2 + ax + b$ nin çarpanlarından biri $(x + 2)$, diğeri $(x + 4)$ olmalıdır.

Yani $x^2 + ax + b = (x + 2)(x + 4)$ tür.

$a = 6$, $b = 8$ bulunur.

$a + b = 14$ olur.

Yanıt: C

ÖRNEK 6:

$$x - y = 5$$

$$x \cdot y = 24 \text{ olduğuna göre,}$$

$$x^3 - y^3 \text{ farkı kaçtır?}$$

- A) 350 B) 385 C) 420
D) 460 E) 485
(Kavram Dersaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 6:

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 \text{ özdeşliğinden ,}$$

$$(x - y)^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x - y)$$

$$5^3 = x^3 - y^3 - 3 \cdot 24 \cdot 5$$

$$125 = x^3 - y^3 - 360$$

$$485 = x^3 - y^3 \text{ tir.}$$

Yanıt: E

ÖRNEK 7:

$$x - 4y = 2 \text{ ve } x \cdot y = 5 \text{ ise}$$

$$x^3 - 64y^3 \text{ ifadesinin eđiti kaçtır?}$$

- A) 120 B) 124 C) 128
D) 132 E) 136
(Kavram Dersaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 7:

$$(x - 4y)^3 = 2^3$$

$$x^3 - 3x^2 \cdot 4y + 3 \cdot x \cdot 16y^2 - 64y^3 = 8$$

$$x^3 - 12x^2y + 48xy^2 - 64y^3 = 8$$

$$x^3 - 64y^3 - 12xy(x - 4y) = 8$$

$$x^3 - 64y^3 - 12 \cdot 5 \cdot 2 = 8$$

$$x^3 - 64y^3 - 120 = 8$$

$$x^3 - 64y^3 = 128 \text{ dir.}$$

Yanıt: C

ÖRNEK 8:

$$\left(\frac{a}{a+1} - \frac{2}{a^2-1} \right) : \frac{a^2-2a}{a-1}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{a}$ B) $\frac{1}{a-1}$ C) $\frac{1}{a+1}$
D) $a+1$ E) $a-1$

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 8:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a}{a+1} - \frac{2}{(a-1)(a+1)} \right) : \frac{a(a-2)}{a-1} \\ &= \left(\frac{a(a-1)-2}{(a-1)(a+1)} \right) : \frac{a(a-2)}{a-1} \\ &= \frac{a^2-a-2}{(a-1)(a+1)} \cdot \frac{a-1}{a(a-2)} \\ &= \frac{(a-2)(a+1)}{(a-1)(a+1)} \cdot \frac{a-1}{a(a-2)} = \frac{1}{a} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Yanıt: A

ÖRNEK 9:

$$\frac{x^2+x+a}{x^2+bx-3}$$

kesrinin en sade şekli $\frac{x-2}{x+c}$ ise

$a+b+c$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 0
D) -2 E) -5

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 9:

$\frac{x^2+x+a}{x^2+bx-3}$ kesrinin sadeleşebilmesi için pay ve paydada ortak çarpanların bulunması gerekir.

$$\frac{x^2+x+a}{x^2+bx-3} = \frac{x-2}{x+c}$$

x^2+x+a ifadesinin sadeleşmiş hali $(x-2)$ olduğuna göre a 'nın çarpanlarından biri -2 dir. Diğer çarpanı ise -2 ile toplandığında $+1$ 'i veren 3 sayıdır. O halde,

$a = (-2) \cdot (+3) = -6$ bulunur ki buradan da

$x^2+x+a = (x-2) \cdot (x+3)$ çarpımı bulunur.

Demek ki ortak çarpan $(x+3)$ tür.

$x^2+bx-3 \xrightarrow{+3} (x+c) \cdot (x+3)$ ise

$$\begin{matrix} 3 & -1 \\ b & = 3-1 = 2 \\ c & = -1 \end{matrix}$$

$$b = 3 - 1 = 2$$

$c = -1$ elde edilir.

$$a+b+c = -6+2-1$$

$$= -5 \text{ olur.}$$

Yanıt: E

ÖRNEK 10:

$$\frac{a^3 - b^3}{a^2 - 2ab + b^2} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a(a+b)} \cdot \frac{1}{a^2 + ab + b^2}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - b$ B) b C) $\frac{a+b}{b}$
D) $\frac{a-b}{a(a+b)}$ E) $\frac{1}{a}$

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 10 :

Soruda gerekli olan

$$\begin{aligned} a^3 - b^3 &= (a - b) \cdot (a^2 + a \cdot b + b^2) \\ a^2 - b^2 &= (a - b) \cdot (a + b) \text{ ve } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

özdeşlikleri kullanılarak soruda yerine yazılırsa;

$$\begin{aligned} \frac{(a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2)}{(a-b)^2} \cdot \frac{(a-b)(a+b)}{a(a+b)} \cdot \frac{1}{a^2 + ab + b^2} \\ = \frac{1}{a} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt: E

ÖRNEK 11:

$$\frac{x}{2} + \frac{1}{x} = a \text{ ise } \frac{x^2}{4} + \frac{1}{x^2}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 + 1$ B) $a^2 - 1$ C) $a + 1$
D) $a - 1$ E) $a + 2$

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 11 :

$$\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{x}\right)^2 = (a)^2$$

$$\frac{x^2}{4} + 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = a^2$$

$$\frac{x^2}{4} + 1 + \frac{1}{x^2} = a^2$$

$$\frac{x^2}{4} + \frac{1}{x^2} = a^2 - 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt: B

ÖRNEK 12:

$$\frac{a^2 + 2a}{2a - 1} : \frac{12a^3 + 24a^2}{14a^2 - 7a}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{5}{7}$ C) $\frac{7}{5}$
D) $\frac{12}{7}$ E) $\frac{12}{5}$

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 12:

$$\begin{aligned} \frac{a(a+2)}{2a-1} : \frac{12a^2(a+2)}{7a(2a-1)} \\ = \frac{\cancel{a(a+2)}}{\cancel{2a-1}} \cdot \frac{7\cancel{a}(2a-1)}{12\cancel{a}^2\cancel{(a+2)}} = \frac{7}{12} \end{aligned} \quad \text{bulunur.}$$

Yanıt: A

ÖRNEK 13:

$$a - b = 3$$

$a + c = 1$ iken $bc - a^2 + ab - ac$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) 3
D) 4 E) 9

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 13 :

$$\begin{aligned} (bc + ab) + (-a^2 - ac) &= b(c + a) - a(a + c) \\ &= (a + c)(b - a) \quad \text{elde edilir.} \end{aligned}$$

$a - b = 3$ ise $b - a = -3$ olacağından işlemin sonucu $(a + c)(b - a) = 1 \cdot (-3) = -3$ olarak bulunur.

Yanıt: B

ÖRNEK 14:

$$\frac{(0,88)^2 - (0,12)^2}{26^2 - 24^2} \quad \text{işleminin sonucu kaçtır?}$$

- A) 0,76 B) 0,076 C) 0,0076
D) 0,001 E) 0,01

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 14:

Verilen ifadenin pay ve paydasına iki kare farkı özdeşliği $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ uygulanırsa

$$\frac{(0,88 - 0,12) \cdot (0,88 + 0,12)}{(26 - 24) \cdot (26 + 24)} = \frac{0,76 \cdot 1}{2 \cdot 50} = \frac{0,76}{100}$$

$$= 0,0076 \quad \text{olur.}$$

Yanıt: C

ÖRNEK 15:

$$\frac{2a^2 - ab - 6b^2}{a^2 - 4b^2} = 3 \quad \text{ise}$$

$\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2
D) 3 E) 4

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 15:

$$\frac{2a^2 - ab - 6b^2}{a^2 - 4b^2} = 3$$

$$2a^2 - ab - 6b^2 = 3a^2 - 12b^2$$

$$0 = a^2 + ab - 6b^2$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ a & +3b \\ a & -2b \end{array}$$

$$0 = (a + 3b) \cdot (a - 2b)$$

$$a + 3b = 0 \quad \text{veya} \quad a - 2b = 0$$

$$a = -3b \quad \quad \quad a = 2b \quad \text{olur.}$$

$a = 2b$ paydayı sıfır yaptığı için kesir tanımsız olacağından $a = -3b$ alınır.

$$\text{Buradan da } \frac{a}{b} = -3 \quad \text{bulunur.}$$

Yanıt: B