

ÜNİTE 5

NOKTA, DOĞRU VE ÇEMBERİN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARINI ANALİTİK OLARAK İNCELEME

İÇİNDEKİLER

- ☐ Giriş
- ☐ Çembere Üzerindeki Bir Noktadan Çizilen Teğetin ve Normalin Denklemleri
- ☐ Bir Doğru ile Çemberin Birbirine Göre Durumları
- ☐ Bir Noktanın Bir Çembere Göre Kuvveti
- ☐ İki Çemberin Kuvvet Eksenini
- ☐ Üç Çemberin Kuvvet Merkezi
- ☐ Çemberin Parametrik Denklemleri
- ☐ Alıştırılmalar
- ☐ Değerlendirme Soruları V

BU ÜNİTENİN AMAÇLARI VE (GEREKİ)

Bu ünitenin amacı, çembere üzerindeki bir noktadan çizilen teğet ve normalin denklemlerini bulmak, çemberin bir doğru ve bir nokta ile durumunu incelemektir. Bu amaçla,

- ☐ Çembere üzerindeki bir noktadan çizilen teğet ve normalin denklemleri bulunmuş, çemberin bir doğru ile durumu incelenmiş,
- ☐ Çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğetlerin denklemleri bulunmuş,
- ☐ Bir doğru ve bir çemberin birbirine göre durumu incelenmiş ve doğrunun çembere teğet olma koşulu verilmiş,
- ☐ Bir noktanın bir çembere göre kuvveti, iki çemberin kuvvet eksenini, üç çemberin kuvvet merkezi ve çemberin parametrik denklemleri işlenmiştir.

NASIL ÇALIŞMALI?

Bu ünitenin anlaşılabilmesi için önceki kısımlarda öğrendiğiniz konuları hatırlamalısınız. Bu kısmı çalışırken elinize kâğıt ve kalem alınız. Örnekleri, kendiniz yaparak, şekilleri çizerek çalışınız.

- ☐ Bu ders ile ilgili TV programlarını izlemeyi ihmal etmeyin. Önemli bulduğunuz yerleri not alınız.
- ☐ Vaktiniz olduğu kadar, öğrendiğiniz örneklerle benzer örnekler kurup çözünüz.
- ☐ Bu dersin sonundaki alıştırma ve değerlendirme sorularını çözünüz. Cevaplarınızı kitabın sonundaki cevap anahtarını ile karşılaştırınız. Yapamadığınız sorulara benzer örnekleri, kitabınızdan ve çeşitli kaynaklardan öğreniniz.

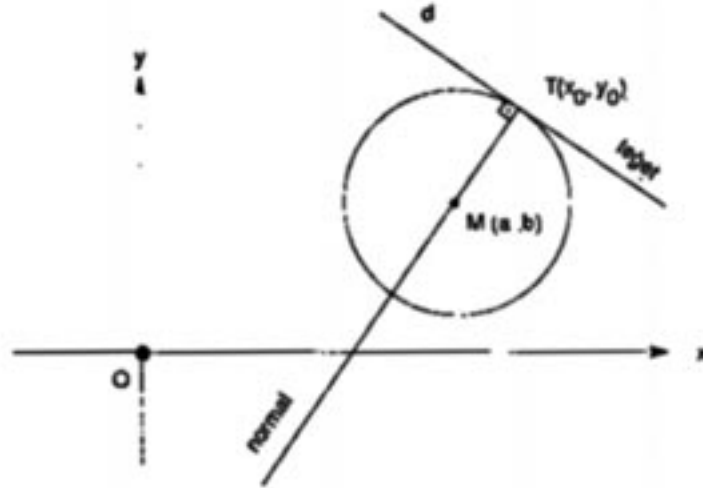
Giriş

Bu kısımda çember ile doğrunun birbirine göre durumlarını, çembere üzerindeki noktadan çizilen teğet ve normal denklemlerini, çemberlerin birbirine göre durumlarını inceleyeceğiz.

Çembere Üzerindeki Bir Noktadan Çizilen Teğetin ve Normalin Denklemleri

Aşağıdaki şekli inceleyiniz.

Çembere üzerindeki bir T noktasından çizilen teğet d olsun.



Teğete T değme noktasında dik olan doğruya çemberin normali denir. Normal çemberin merkezinden geçer.

Çemberin teğeti ile normali birbirine dik olduğundan eğimleri çarpımı -1 dir.

Şekle göre,

normalin eğimi,

teğeti eğimi,

$$\boxed{m_N = \frac{y_0 - b}{x_0 - a}} \Rightarrow \boxed{m_T = -\frac{x_0 - a}{y_0 - b}}$$

dir. Niçin? (Anlayamadıysanız sayfa 27'ye bakınız.)

T (x_0, y_0) noktasından geçen teğetin ve normalin denklemlerini yazalım.

Teğetin denklemini;

$$y = -\left(\frac{x_0 - a}{y_0 - b}\right)(x - x_0) + y_0$$

normalin denklemini

$$y = \left(\frac{y_0 - b}{x_0 - a}\right)(x - x_0) + y_0$$

olur. (Anlayamadıysanız. Sayfa 28 ve 29'a bakınız.)

Örnek : $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$ çemberine üzerindeki T (5, -2) noktasından çizilen teğetin ve normalin denklemlerini yazalım.

Çemberin merkezinin koordinatları M (3, -1) dir.

$$\begin{matrix} a \\ b \end{matrix}$$

Teğetin denklemini

$$y = -\left(\frac{5-3}{-2-(-1)}\right)(x-5) - 2$$

$$\begin{aligned} y &= +2(x-5) - 2 \\ y &= 2x - 12 \end{aligned}$$

Normalin denklemini,

$$y = \left(\frac{-1}{2}\right)(x-5) - 2$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

bulunur. Niçin?

Örnek : $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 13 = 0$ çemberine K (3, -2) noktasından çizilen teğetin ve normalin denklemlerini yazalım.

K noktasının, çemberin üzerinde olup olmadığına bakalım.

$$\begin{aligned} (3, -2) \text{ için } 3^2 + (-2)^2 + 4 \cdot 3 + 6 \cdot (-2) - 13 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

olduğundan K (3, -2) çember denklemini sağlar. Yani nokta çemberin üzerindedir. Çemberimizin merkezi

$$\left. \begin{aligned} a &= -\frac{A}{2} = -\frac{4}{2} = -2 \\ b &= -\frac{B}{2} = -\frac{6}{2} = -3 \end{aligned} \right\} M(-2, -3)$$

dir. Normalin ve teğetin eğimleri, sırası ile,

$$m_N = \frac{-2 - (-3)}{3 - (-2)} = \frac{1}{5} \text{ ve } m_T = -5$$

olur. Niçin?

Teğetin denklemi,

$$y = -\frac{1}{5}(x-3) - 2$$

$$y = -\frac{1}{5}x - \frac{7}{5}$$

olur.

normalin denklemi,

$$y = 5(x-3) - 2$$

$$y = 5x - 17$$

Bir Doğru ile Bir Çemberin Birbirlerine Göre Durumları

$x^2 + y^2 = r^2$ merkezli çemberi ile $y = mx + n$ doğrusunun kesim noktalarını arayalım.

$x^2 + (mx + n)^2 = r^2 \Rightarrow (1 + m^2)x^2 + 2mnx + n^2 - r^2 = 0$ denkleminin diskriminantı,

$$\Delta = (2mn)^2 - 4(1 + m^2)(n^2 - r^2)$$

veya

$$\Delta = 4r^2(1 + m^2) - 4n^2$$

bulunur.

$\Delta > 0$ ise doğru çemberi iki noktada keser,

$\Delta < 0$ ise doğru ile çemberin ortak noktası yoktur,

$\Delta = 0$ ise doğru çembere teğettir.

$$\Delta = 0 \Rightarrow 4r^2(1 + m^2) - 4n^2 = 0$$

$$r^2(1 + m^2) = n^2$$

bağıntısı bulunur. Bu bağıntıya doğru ile çemberin teğet olma koşulu denir.

Örnek : $x^2 + y^2 = r^2$ çemberinin bir teğeti $2x + y = 5$ doğrusu olduğuna göre r yarıçapını bulalım.

$$2x + y = 5 \rightarrow y = -2x + 5 \rightarrow m = -2, n = 5$$

olur.

Teğet olma koşulunda, bu değerleri yerlerine yazalım.

$$r^2(1 + m^2) = n^2 \Rightarrow r^2(1 + (-2)^2) = 25$$

$$r^2 \cdot 5 = 25$$

$$r^2 = 5$$

$$r = \sqrt{5}$$

bulunur.

Örnek : $x^2 + y^2 = 9$ çemberine dışındaki K (-5, 3) noktasından çizilen teğetlerin denklemlerini yazalım.

Teğetin denklemi $y = mx + n$ olsun. O zaman

K (-5, 3) için $3 = -5m + n \Rightarrow n = 3 + 5m$,

olması gerekir. Teğet olma koşulunu da kullanırsak,

$$r^2 (1 + m^2) = n^2 \Rightarrow 9 (1 + m^2) = (3 + 5m)^2$$

veya

$$16m^2 + 30m = 0 \left. \begin{array}{l} m_1 = 0 \\ m_2 = -\frac{15}{8} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

olur. Niçin? (Bakınız Matematik I)

$$m_1 = 0 \text{ için } n_1 = 3$$

$$m_2 = -\frac{15}{8} \text{ için } n_2 = 3 + 5 \left(-\frac{15}{8}\right) = -\frac{51}{8}$$

olmalıdır.

Teğet denklemleri

$$y = 0 + 3$$

veya

$$y = -\frac{15}{8}x - \frac{51}{8}$$

$$y = 3$$

$$15x + 8y + 51 = 0$$

bulunur.

Bir Noktanın Bir Çembere Göre Kuvveti

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ çemberi ile çemberin dışındaki bir nokta K (x_0, y_0) olsun.

Yandaki şekli inceleyiniz.

$|KA| \cdot |KB| = |KC| \cdot |KD| = |KT|^2$
sabit değerine K noktasının çembere göre kuvveti denir ve kısaca $P = |KT|^2$ ile gösterilir.

KMT dik üçgeninde

$$|KT|^2 = |KM|^2 - |MT|^2$$

$$|KM| = d \text{ ve } |MT| = r$$

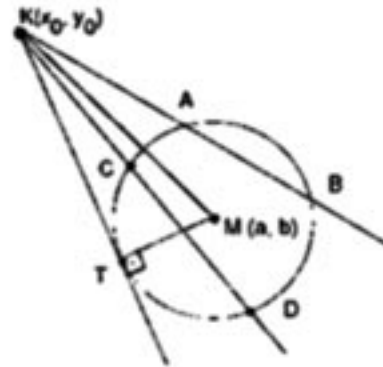
alırsak.

$$P = d^2 - r^2$$

olur. $d^2 = (x_0 - a)^2 + (y_0 - b)^2$ olduğundan

$$P = (x_0 - a)^2 + (y_0 - b)^2 - r^2$$

veya kısaca $A = -2a, B = -2b$ ve $C = a^2 + b^2 - r^2$ olmak üzere,



$$P = x_0^2 + y_0^2 + Ax_0 + By_0 + C$$

bulunur. Böylece şu sonucu ifade edebiliriz.

Bir noktanın bir çembere göre kuvveti, bu noktanın koordinatları, çember denkleminde x ve y yerine yazılarak bulunan değerdir.

Örnek : $K(-3, 1)$ noktasının $x^2 + y^2 - 10x - 22y + 1 = 0$ çemberine göre kuvvetini bulalım.

Çember denkleminde $x = -3, y = 1$ alınırsa

$$P = (-3)^2 + 1^2 - 10 \cdot (-3) - 22 \cdot 1 + 1$$

$$P = 19$$

olur.

İki Çemberin Kuvvet Ekseni

İki çemberin kuvvetlerinin eşit olduğu noktaların kümesine, bu çemberlerin kuvvet ekseni denir. Çemberler kesişiyor ise kesişen iki çemberin kesim noktalarından geçen doğru, bu çemberlerin kuvvet ekseni olur.

$x^2 + y^2 + x - 2y - 6 = 0$ ve $x^2 + y^2 - 5x - 8y + 1 = 0$ çemberlerinin kuvvet ekseni denklemini bulalım.

Bu iki denklemin ortak çözümü bize kuvvet ekseni olan doğrunun denklemini verecektir.

$$x^2 + y^2 + x - 2y - 6 = x^2 + y^2 - 5x - 8y + 1$$

$$x + 5x - 2y + 8y - 6 - 1 = 0$$

$$6x + 6y - 7 = 0$$

olur. Bu ifade iki çemberin kuvvet ekseni denklemdir.

Örnek : $x^2 + y^2 - 3x - 4 = 0$ ve $2x^2 + 2y^2 + 2x - 6y - 10 = 0$ çemberleri veriliyor. $A(1, 5)$ noktasının, kuvvet ekseniye olan uzaklığını bulalım.

$$2x^2 + 2y^2 + 2x - 6y - 10 = 0 \rightarrow x^2 + y^2 + x - 3y - 5 = 0 \text{ olur. Niçin?}$$

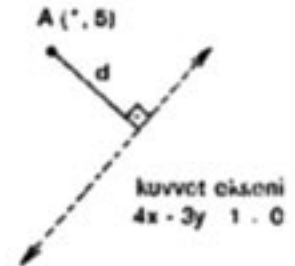
$$x^2 + y^2 - 3x - 4 = x^2 + y^2 + x - 3y - 5$$

$$-3x - x + 3y - 4 + 5 = 0$$

$$-4x + 3y + 1 = 0$$

veya kuvvet ekseni

$$4x - 3y - 1 = 0$$



olur. Bir noktanın bir doğruya olan uzaklığını veren ifadede

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$= \frac{|4 \cdot 1 - 3 \cdot 5 - 1|}{\sqrt{16 + 9}}$$

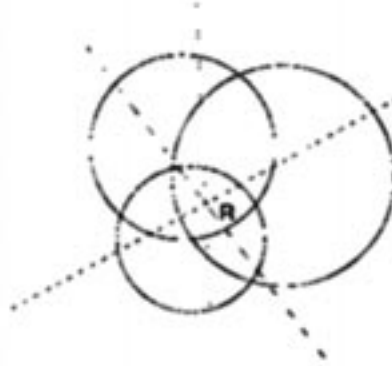
$$= \frac{12}{5}$$

bulunur.

Üç Çemberin Kuvvet Merkezi

Üç çemberin ikiser ikiser kuvvet eksenlerinin kesim noktasına, bu çemberlerin kuvvet merkezi denir. Bu noktanın, üç çembere göre kuvvetleri birbirine eşittir. Neden?

Aşağıdaki şekli inceleyiniz.



Şekildeki üç kuvvet ekseninin kesim noktası olan R noktası üç çemberin kuvvet merkezidir.

Örnek : $x^2 + y^2 = 4$, $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$ ve $(x - 3)^2 + y^2 = 9$

çemberlerinin kuvvet merkezini bulalım.

Önce çemberlerin denklemlerini düzenleyelim.

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1 \rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$$

$$(x - 3)^2 + y^2 = 9 \rightarrow x^2 + y^2 - 6x = 0 \text{ ve } x^2 + y^2 = 4$$

olur. Bu çemberlerin ikiser ikiser kesişimleri, kuvvet eksenlerini verdiğinden, kuvvet eksenlerinin kesişimi de kuvvet merkezini verecektir.

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 4 &= 0 \\ + x^2 + y^2 &= 4x + 2y + 4 = 0 \\ \hline + 4x + 2y - 8 &= 0 \end{aligned}$$

veya

$$2x + y - 4 = 0$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 4 &= 0 \\ + x^2 + y^2 + 6x &= 0 \\ \hline 6x - 4 &= 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$2x + y - 4 = 0 \quad \text{ve} \quad x = \frac{2}{3} \Rightarrow 2 \cdot \frac{2}{3} + y - 4 = 0$$

$$y = 4 - \frac{4}{3}$$

$$y = \frac{8}{3}$$

olur. O halde kuvvet merkezi

$$R\left(\frac{2}{3}, \frac{8}{3}\right)$$

noktasıdır.

Çemberin Parametrik Denklemleri

Merkezli denklemi

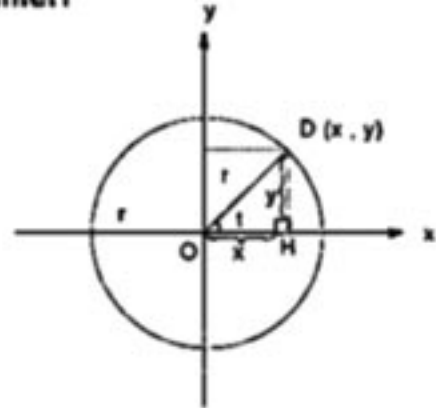
$$x^2 + y^2 = r^2$$

olan çemberi ve yandaki şekli inceleyiniz.

Şekilde, OHD dik üçgeninden

$$x = r \cos t$$

$$y = r \sin t$$



dir. Niçin? Burada t , açı değeri bir parametredir. Bu nedenle bu ifadeye çemberin parametrik denklemi denir.

Örnek : $x^2 + y^2 = 16$ çemberinin denklemini t parametresine göre yazalım.

$$x = r \cos t \rightarrow x = 4 \cos t$$

$$y = r \sin t \rightarrow y = 4 \sin t$$

olduğundan çemberin parametrik denklemleri

$$x = 4 \cos t$$

$$y = 4 \sin t$$

dir.

ÖZET

Teğet ve normal denklemleri,

Merkezi $M (a, b)$ ve üzerindeki bir noktası $P (x_0, y_0)$ olan çembere P den çizilen teğetin ve normalin eğimleri , sırası ile,

$$m_T = -\frac{x_0 - a}{y_0 - b} \quad \text{ve} \quad m_N = \frac{y_0 - b}{x_0 - a}$$

dir.

Teğet ve normalin denklemleri ise, sıra ile,

$$y - y_0 = -\left(\frac{x_0 - a}{y_0 - b}\right)(x - x_0) \quad \text{ve} \quad y - y_0 = \left(\frac{y_0 - b}{x_0 - a}\right)(x - x_0)$$

dir.

Denklemi $y = mx + n$ olan doğrunun, yarıçapı r olan bir çembere teğet olma koşulu,

$$r^2 (1 + m^2) = n^2$$

dir.

Bir noktanın bir çembere göre kuvveti, $K (x_0, y_0)$ noktasının çemberinin merkezine olan uzaklığı d ve çemberin yarıçapı r ise K noktasının çembere göre kuvveti

$$P = d^2 - r^2$$

dir.

$K (x_0, y_0)$ noktasının $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ çemberine göre kuvveti

$$P = x_0^2 + y_0^2 + Ax_0 + By_0 + C$$

dir.

İki çemberin kuvvet eksenini : Denklemleri $x^2 + y^2 + 4y - 12 = 0$ ve $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$ olan çemberlerin arakesitidir. Yani

$$4y - 12 = 4x - 2y + 2 \Rightarrow 6y - 4x - 14 = 0 \Rightarrow 3y - 2x - 7 = 0$$

doğrusudur. Bu doğru iki çemberin kuvvet eksenidir.

Üç çemberin ikişer ikişer kuvvet eksenlerinin kesim noktası bu üç çemberin kuvvet merkezidir.

Denklemi $x^2 + y^2 = r^2$ olan çemberin parametrik denklemleri

$$x = r \cos t$$

$$y = r \sin t$$

dir.

ALİŞTIRMALAR

1. $x^2 + y^2 = 17$ çemberine üzerindeki (1, 4) noktasından çizilen teğetin ve normalin denklemlerini yazınız.
2. $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 14 = 0$ çemberine (-1, 2) noktasından çizilen teğetin ve normalin denklemlerini bulunuz.
3. K (-3, 4) noktasının $x^2 + y^2 = 25$ çemberine göre kuvvetini hesaplayınız.
4. $x^2 + y^2 - 3x + 5y - 12 = 0$ ve $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 19 = 0$ çemberlerinin kuvvet ekseninin denklemini yazınız.
5. $2x - 3y + 6 = 0$
 $-4x + 6y - 4 = 0$ } doğrularına teğet olan çemberin yarıçapını hesaplayınız.
6. $x^2 + y^2 = 9$ çemberi ile $x + y = 1$ doğrusu veriliyor. Doğru ile çemberin kesim noktalarını bulunuz.
7. $x^2 + y^2 - 2y + m = 0$ çemberinin $x - 2 = 0$ doğrusuna teğet olması için m ne olmalıdır?

DEĞERLENDİRME SORULARI V

1. $x^2 + y^2 = 25$ çemberine üzerindeki P (4, -3) noktasından çizilen teğetin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $4x - 3y - 25 = 0$
 B) $4x - 3y = 0$
 C) $4x + 3y - 25 = 0$
 D) $3x + 4y - 25 = 0$
 E) $4x + 3y = 0$
2. Başlangıç noktasının $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ çemberine göre kuvveti aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 3
 B) 2
 C) 1
 D) $\sqrt{3}$
 E) $\sqrt{2}$
3. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ çemberinin (2, 1) noktasındaki teğetinin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $2x - y - 3 = 0$
 B) $x - y - 1 = 0$
 C) $x + y - 3 = 0$
 D) $x - y - 3 = 0$
 E) $2x - 4y + 1 = 0$

4. Merkezi M (-2, 1) ve $4x - 3y = 4$ doğrusuna teğet olan çemberin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$ B) $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 2 = 0$
 C) $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ D) $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 2 = 0$
 E) $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$
5. $x + 4 = 0$, $x = 0$ doğrularına teğet olan ve merkezi $y + x = 0$ doğrusu üzerinde bulunan çember aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$ B) $x^2 + y^2 = 4$
 C) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ D) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 24 = 0$
 E) $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 24 = 0$
6. $x^2 + y^2 = 10$ çemberine dışındaki B (4, 2) noktasından çizilen teğetlerden birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $y = 3x + 10$ B) $y = -3x + 10$
 C) $y = \frac{x}{3} + \frac{10}{3}$ D) $y = -\frac{x}{3} - \frac{10}{3}$
 E) $y = 3x - 10$
7. $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 17$ çemberine üzerindeki A (1, 2) noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $4x - y + 2 = 0$ B) $4x + y = 6$ C) $2x - 4y - 2 = 0$
 D) $x - 2y = 1$ E) $4x + y = 0$
8. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ çemberine üzerindeki A (-3, 4) noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $y = -x + 1$ B) $y = x - 1$ C) $y = x + 1$
 D) $y = -x + 2$ E) $y = x - 2$
9. A (1, 5) noktasının $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 - 9 = 0$ çemberine göre kuvveti hangisidir?
- A) 9 B) 3 C) 2
 D) 1 E) 0
10. $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 2 = 0$ çemberine üzerindeki P (5, 3) noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $x + y + 8 = 0$ B) $-x + y + 8 = 0$
 C) $x + y + 5 = 0$ D) $x + y - 8 = 0$
 E) $x + y + 3 = 0$

11. $x^2 + y^2 = 4$ çemberi ve $y = 3x - n$ doğrusu veriliyor. Doğru çembere teğet olduğuna göre $n \in \mathbb{R}^+$ nedir?
 A) 39 B) $\sqrt{39}$ C) 10
 D) $2\sqrt{10}$ E) 4
12. $x^2 + y^2 = r^2$ çemberinin bir teğeti $x + y + 2 = 0$ doğrusu olduğuna göre r hangisidir?
 A) +1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$
 D) 2 E) $\sqrt{5}$
13. A (4,1) noktasının $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 - 25 = 0$ çemberine göre kuvveti nedir?
 A) -3 B) 4 C) -5
 D) -6 E) -7
14. A (-1, 0) noktasının $x^2 + y^2 + 4y + 20 = 0$ çemberine göre kuvveti aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 17 B) 18 C) 19
 D) 20 E) 21
15. $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ ve $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ çemberlerinin kuvvet ekseninin denklemi hangisidir?
 A) $2x + y = 5$ B) $3x - 2y - 10 = 0$
 C) $x + y = 10$ D) $4x + 2y - 10 = 0$
 E) $4x + 2y + 10 = 0$
16. $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 25$ ve $(x + 4)^2 + (y + 3)^2 = 9$ çemberlerinin kuvvet eksenini hangisidir?
 A) $x = -2$ B) $x = -1$ C) $x = 1$
 D) $y = -1$ E) $y = -2$
17. $x^2 + y^2 = 4$, $(x - 1)^2 + y^2 = 9$ ve $x^2 + (y + 2)^2 = 16$ çemberlerinin kuvvet merkezi hangisidir?
 A) (-2, -1) B) (1, -2) C) (2, -2)
 D) (-2, 2) E) (-2,4)

18. $x^2 + y^2 = 25$ çemberinin bir parametreye göre denklemleri hangileridir?
 A) $x = 5 \cos t$, $y = 5 \sin t$ B) $x = 4 \cos t$, $y = 4 \sin t$
 C) $x = 3 \cos t$, $y = 4 \sin t$ D) $x = -5 \cos t$, $y = -5 \sin t$
 E) $x = -\cos t$, $y = -\sin t$
19. Parametrik denklemleri $x = 8 \cos t$, $y = 8 \sin t$ olan çemberin merkezî denklemleri hangisidir?
 A) $x^2 + y^2 = 4$ B) $x^2 + y^2 = 8$
 C) $x^2 + y^2 = 64$ D) $x^2 + y^2 = 32$
 E) $x^2 + y^2 = 16$
20. Parametrik denklemleri $x = 5 \cos t$, $y = 5 \sin t$ olan çemberin (3, 4) noktasındaki teğetinin eğimi hangisidir?
 A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $-\frac{1}{4}$
 D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\frac{5}{4}$

KAYNAKÇA

1. Analitik geometri adını taşıyan kitaplar.
2. Liseler için Analitik Geometri I. M. E. B. Yayınları.
3. Liseler için Matematik I. M.E.B. yayınları.